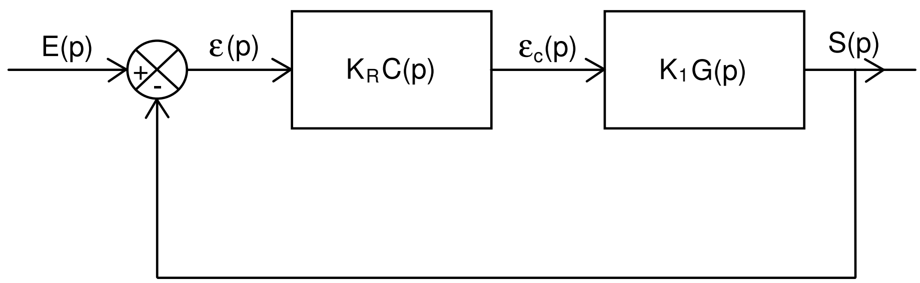
Département G.E.I.I. - $2^{ème}$ Année

TRAVAUX DIRIGÉS D'AUTOMATIQUE

T. D. N° 14

<u>AVANT-PROPOS</u> : Dans ce problème, plusieurs questions font appel à une résolution graphique. Il conviendra donc d'apporter le plus grand soin à ces résolutions et au tracé des courbes demandées.

La chaîne directe d'un système asservi à retour unitaire comprend un correcteur réglable, de fonction de transfert K_R C(p), et un processus de fonction de transfert inconnue K_1 G(p). On sait seulement que le numérateur de G(p) est égal à 1.



1°) On supprime dans un premier temps l'effet du correcteur (K_R C(p) = 1). On relève expérimentalement la réponse harmonique du système en boucle ouverte et on la reporte sur un abaque de Black (ci-joint).

A partir de cette courbe, déterminer successivement, en justifiant les résultats obtenus :

1-a). le degré d'intégration (ou classe) α de $K_1G(p)$,
1-b). le gain K_1,
1-c). le degré en p du dénominateur de $K_1G(p)$,
1-d). l'expression générale de la fonction de transfert $K_1G(p)$ dans laquelle on fera apparaître les constantes de temps τ_j associées aux pôles p_j.

2°) Relever sur le graphe la marge de gain M et la marge de phase Φ_m de l'asservissement. Conclusion ?

3°) Pour modifier les performances du système asservi, on utilise maintenant un correcteur à action P (K_R réglable, C(p) = 1).

3-a). Quel doit être le gain K_R du correcteur pour que l'asservissement présente une marge de phase de 45° ? Quelle est alors la marge de gain correspondante ?
3-b). Avec cette valeur de K_R, tracer soigneusement le lieu de Black modifié sur l'abaque joint au texte.
En déduire la pulsation de résonance ω'_R du système asservi.
3-c). Calculer le gain total $K = K_R K_1$ de la chaîne directe.
3-d). Calculer l'écart permanent en boucle fermée entre e(t) et s(t) pour un échelon d'entrée e(t) = u(t)
3-e). Conclure sur le rôle du correcteur P vis-à-vis des performances du système asservi dans ce cas de figure.

4°) On décide finalement d'utiliser un correcteur à action PI, de fonction de transfert $K_R\, C(p) = K_R \left(1+\dfrac{1}{\tau_i p}\right)$. K_R conserve toujours la même valeur que celle trouvée au 3-a).

4-a). Quel est l'intérêt d'utiliser un correcteur PI avec ce S.A. ?
Justifier votre réponse en quelques mots.

4-b). Pour que le correcteur soit efficace, on choisit dans un premier temps sa constante de temps d'intégration τ_i telle que $\dfrac{1}{\tau_i} = \dfrac{\omega'_R}{10}$. Déterminer la valeur de τ_i

4-c). Avec la valeur de τ_i trouvée précédemment, écrire successivement :
- la transmittance complexe C (jω) du correcteur PI,
- l'équation de sa courbe de gain (en dB),
- l'équation de sa courbe de phase (en degrés).

4-d). Remplir alors le tableau suivant (à recopier sur votre copie) :

ω (rad/s)	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1
$\lvert C(j\omega)\rvert_{dB}$										
$\angle C(j\omega)°$										

4-e). En vous aidant de ce tableau, faire apparaître par des flèches, la déformation du lieu de Black du 3-b) due au correcteur PI, et tracer point par point le lieu de Black corrigé.

4-f). Conclure quant à l'action du correcteur PI sur le système asservi.

Réponses

1°) a) $\alpha = 0$ b) $K_1 = 5$ c) n = 3 $K_1G(p) = \dfrac{5}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)}$

2°) M = 4 dB ; $\Phi_M = 18°$. Le S.A. sera stable, mais sa marge de stabilité est insuffisante.

3° a) $(K_R)_{dB} \approx -5$ dB, soit encore $K_R \approx 0{,}56$; M = 9 dB. Avec ces nouvelles marges, le S.A. sera stable en toute circonstance.

b) $\omega_R \approx 0{,}6$ rad/s c) K = 2,8 d) $\varepsilon(\infty) = 26{,}3$ % de l'entrée.

e) Le correcteur à action P a amélioré la stabilité de l'asservissement, mais il a diminué le gain de la chaîne directe, donc la précision du S.A.

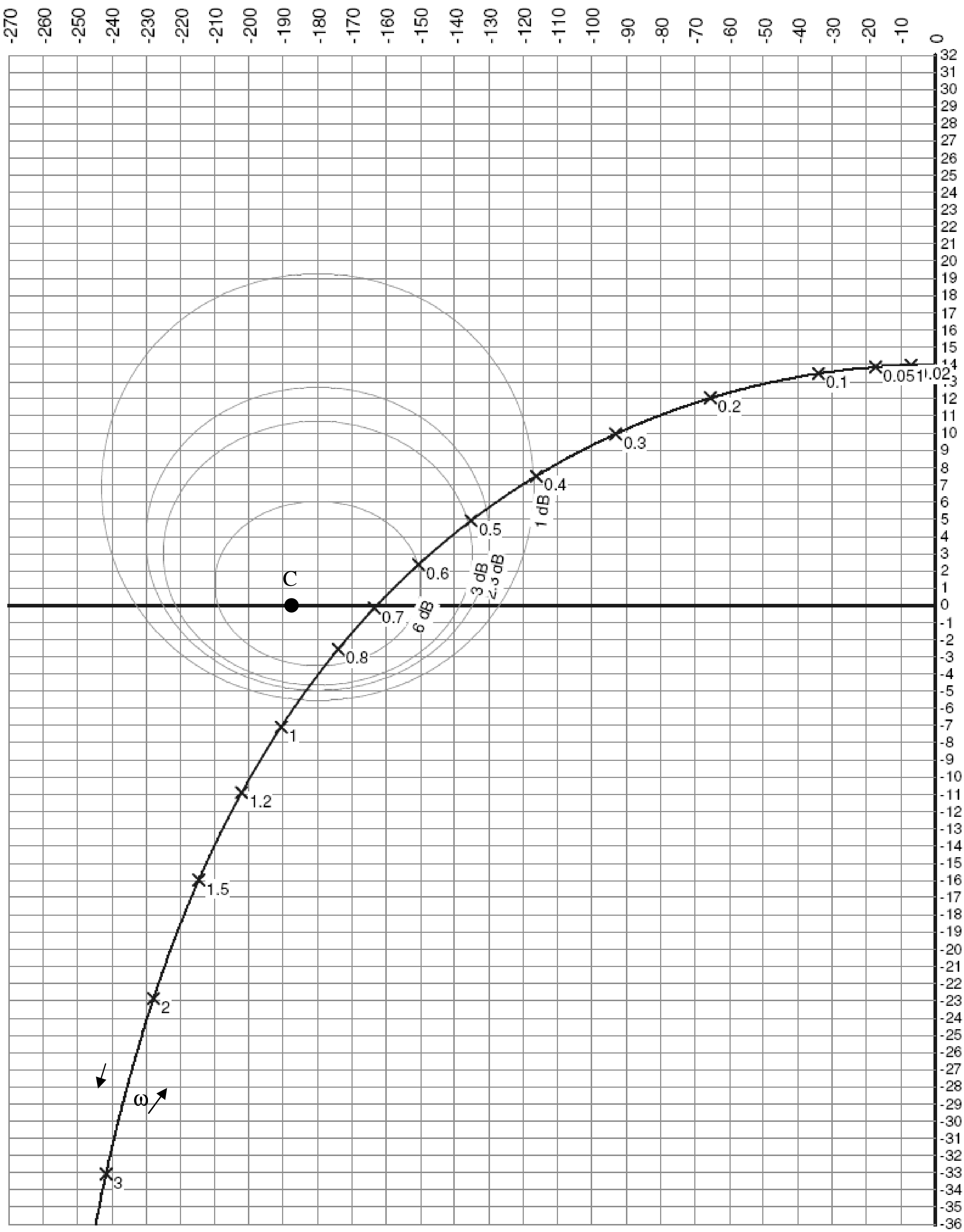
4°) a) le correcteur P.I. améliore la précision du S.A. sans pour cela détruire sa bonne stabilité.

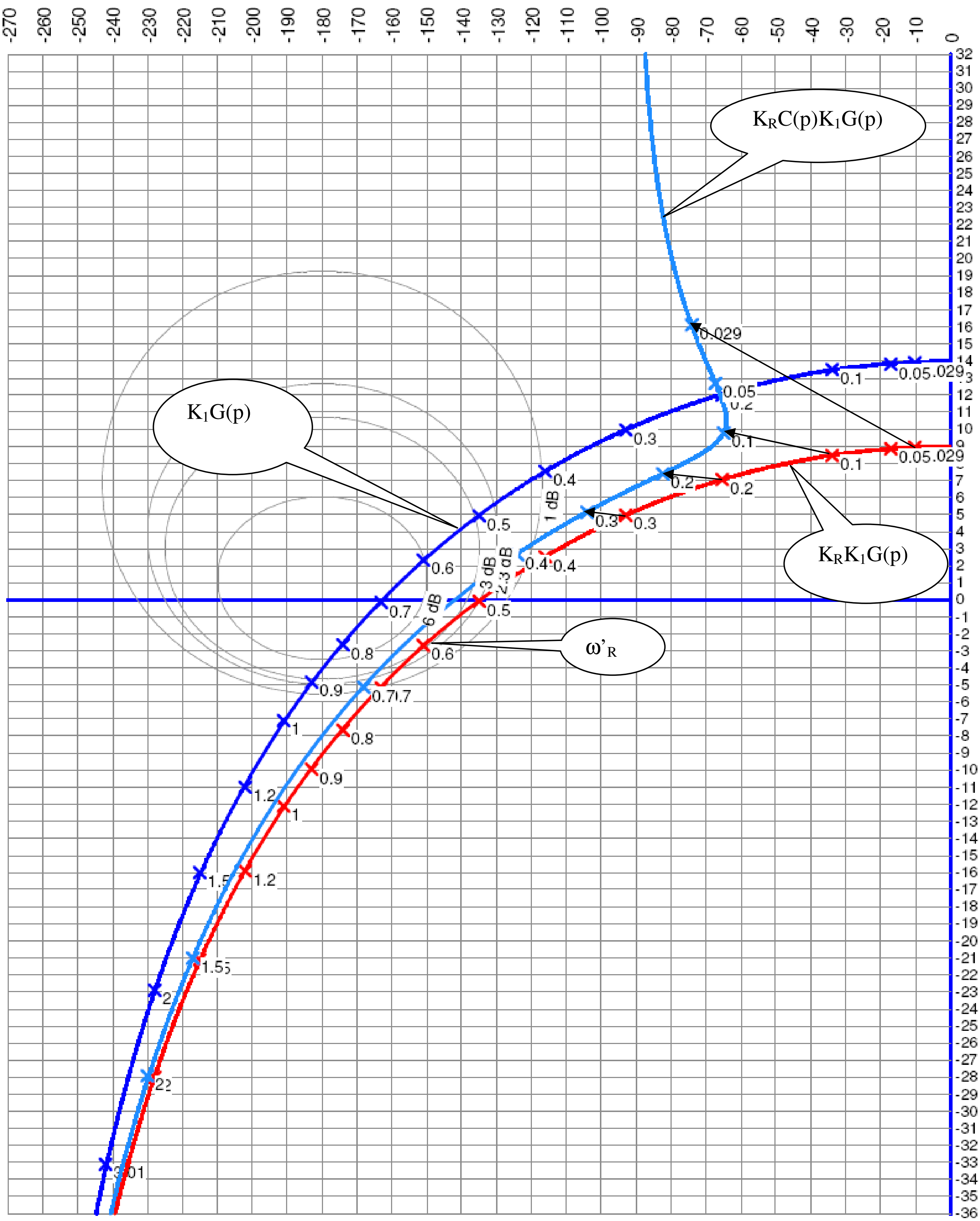
b) $\tau_i = 16{,}67$ s c) $C(j\omega) = \dfrac{1+j\cdot 16{,}67\omega}{j\cdot 16{,}67\omega}$

$\lvert C(j\omega)\rvert_{dB} = 10\log[1+(16{,}67\omega)^2] - 20\log(16{,}67\omega)$ $\varphi = \operatorname{arctg}(16{,}67\omega) - 90°$

f) Le correcteur P.I. a rajouté une intégration à la f.t.b.o. du S.A., donc l'asservissement de position est parfait. De plus, le correcteur a amélioré nettement la précision du S.A., sans modifier notablement sa stabilité puisque l'on note maintenant une marge de phase de ≈ 40° et une marge de gain de ≈ 8 dB.

Lieu de Black de $K_1G(p)$





Sans Nom

$H(p) = \dfrac{5}{1 + 6p + 12p^2 + 8p^3}$

Sans Nom

$H(p) = \dfrac{2.81}{1 + 6p + 12p^2 + 8p^3}$

Sans Nom

$H(p) = \dfrac{2.81 + 46.8427\,p}{+ 16.67\,p + 100.02\,p^2 + 200.04\,p^3 + 133.36\,p^4}$