

# Sommaire

Introduction.....	2
a) Modélisation d'un système réel.....	2
b) Détermination des paramètres d'un correcteur.....	3
Méthodologie .....	3
a) Identification de processus .....	3
b) Prédétermination des correcteurs :.....	3
Critères de performances de la précision dynamique.....	5
a) Critère Integral of Absolute Error (IAE).....	6
b) Critère Integral of Square Error (ISE).....	6
c) Critère Integral Time multiplied by Absolute Error (ITAE).....	7
d) Critère Integral Time multiple by Square Error (ITSE).....	7
e) Comparaison des différents critères.....	7
Identification de processus et calcul de paramètres de correcteurs.....	8
a) Caractérisation des types de réponses d'un SL .....	8
1. Essais indiciels.....	8
2. Essais en limite de pompage.....	8
3. Essais harmoniques .....	8
b) Réponses indicielles identifiables.....	8
1. Processus stable .....	9
1.1 A retard pur .....	9
1.2 Premier ordre .....	9
2. Processus instable .....	9
c) Exemples de méthodes utilisables en bo pour des processus stables .....	9
1. la méthode de Strejc .....	9
2. Modèle de Broïda.....	11
2.1 Méthode de Cohen-Coon.....	11
2.2 Méthode de Broïda .....	12
2.2.1 Identification de processus.....	12
2.2.2 Détermination du correcteur et de ses paramètres.....	12
d) Exemples de méthodes utilisables en bo pour des processus instables .....	13
e) Exemples de méthodes utilisables en bf.....	14
1. Méthode de Strejc sans intégrateur .....	15
2. Méthode de Strejc avec intégrateur.....	15
3. Méthode de Broïda sans intégrateur.....	16
4. Méthode de Broïda avec intégrateur .....	16
f) Méthodes empiriques de Ziegler & Nichols.....	17
1. Méthode de Ziegler&Nichols en bo.....	18
2. Méthode de Ziegler&Nichols en bf. ....	18
3. Commentaires sur la méthode de Ziegler&Nichols.....	18
g) Méthodes de Chien-Hrones-Reswick .....	18
h) Exemples de méthodes utilisables pour des processus instables.....	19
i) Abaque de Caldwell.....	20
j) Exemples d'identification .....	21
1. Exemple 1, méthode de Strejc : .....	21
2. Exemple 2, méthodes de Strejc et de Broïda en bf : .....	22
2.1 méthode de Strejc .....	22
2.2 méthode de Broïda .....	23
2.3 Tracés des courbes indicielles dues aux modèles .....	23
Conclusion .....	24

# Méthodes déterministes d'identification

## Introduction

Dans l'élaboration d'un processus, la plupart du temps, le système à asservir existe et possède des caractéristiques intrinsèques et immuables (à court terme). Même si l'automaticien doit entièrement élaborer la chaîne de traitement, il ne construira pas lui-même le processus. Les équations physiques ne sont pas toujours stipulées par le fournisseur et quand bien même, elles conduisent souvent à des développements mathématiques trop complexes pour être exploités au sens de l'automatique.

Ainsi, le *modèle de connaissance* du processus sera peu utilisé en automatique, contrairement au *modèle de commande ou de conduite* qui est utilisé pour commander le procédé. Pour élaborer ce modèle, nous avons besoin de méthodes d'identification.

Ces méthodes peuvent avoir deux buts :

- identifier ou modéliser un processus réel,
- déterminer, en première approximation, les paramètres des correcteurs à utiliser.

### a) Modélisation d'un système réel

Cela consiste à établir, à partir d'une réponse expérimentale à une excitation connue, une équation mathématique qui, pour un domaine donné, fournisse les mêmes réponses que celles relevées expérimentalement (même comportement dynamique dans un environnement donné). Ici, l'équation mathématique représente la fonction de transfert du système étudié. Pour un même système, on peut avoir besoin de plusieurs modèles si on l'utilise en régulation ou en asservissement par exemple. Le modèle unique n'existe pas.

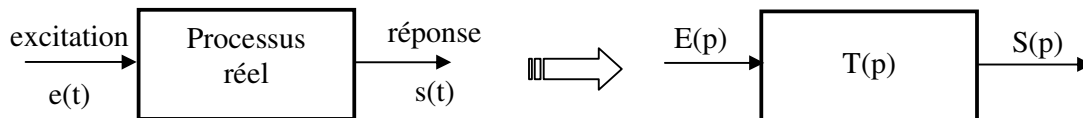


Figure 1 : Passage du système réel au modèle

On cherche toujours à obtenir un modèle avec un nombre limité de paramètres. Ce qui sous-entend par exemple qu'un pôle du modèle pourra être la représentation (la moyenne arithmétique) de  $n$  constantes de temps relativement proches. En effet, les imperfections éventuelles pourront être compensées par la boucle de régulation.

Pour parvenir à ce modèle, nous disposons de nombreuses classes de modèles pour lesquelles les auteurs ont décrit la méthodologie qui permet de définir les différents paramètres qu'ils

proposent. Les essais que l'on effectue sur le processus à identifier, nous guide sur la classe de modèle à utiliser.

Une fois qu'un modèle est établi, on peut mener une étude prédictive pour de multiples situations réalistes et d'autres peu probables, puis analyser le comportement du SL (les résultats dépendent de la qualité de la modélisation).

**Remarque :** L'identification peut se faire avec des méthodes déterministes, nous allons en voir quelques-unes, et des méthodes statistiques qui ne font pas l'objet de ce chapitre.

*Donc, identifier un processus, c'est chercher un modèle mathématique, appartenant à une classe de modèles connue et qui, soumis à des signaux-tests, donne des réponses en dynamique et en statique les plus proches possible de celles du système réel quand il est soumis aux mêmes excitations.*

### **b) Détermination des paramètres d'un correcteur**

Nous avons vu que, même en prenant des systèmes bien définis, le réglage des paramètres des correcteurs n'était pas toujours évident (cf. TD). Lorsque nous sommes confrontés à des systèmes réels :

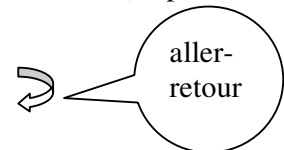
- la modélisation ne retrace pas toujours très bien le comportement du système sur toute la plage d'utilisation,
- des phénomènes de non linéarité et/ou de saturation apparaissent très vite.  
(voir les TP asservissement de position et de vitesse).

Quoi que l'on fasse, on aura toujours qu'une idée plus ou moins précise du ou des modèles mathématiques qui décrivent notre SA. Afin de faciliter les réglages des correcteurs, certaines personnes ont mis au point des méthodes d'identification, proposent des formules pour déterminer en première approximation les paramètres du correcteur souhaité.

## **Méthodologie**

### **a) Identification de processus**

- a) relevés de la sortie du système seul à une excitation connue (généralement un échelon). Ils se font soit en bo, soit en bf,
- b) choix, à partir de l'allure de la sortie, d'un modèle mathématique connu (le plus simple possible  $\Rightarrow$  le moins de paramètres possible),
- c) calcul des paramètres modélisant le SL, grâce à la méthode utilisée,
- d) optimisation des paramètres ou changement de modèle.



### **b) Prédétermination des correcteurs :**

Le but est d'obtenir des correcteurs qui garantissent au SA (processus + correcteur) un fonctionnement qui est généralement décrit dans un cahier des charges. Les spécifications

peuvent être soit temporelles soit fréquentielles, elles concernent principalement des paramètres dynamiques.

En temporel pour la réponse indicielle, on pourra imposer la valeur maximale :

- du premier dépassement  $D_1$  en %,
- du temps de réponse à 5%  $t_r(5\%)$ ,
- de l'erreur statique  $\epsilon_p(\infty)$ .

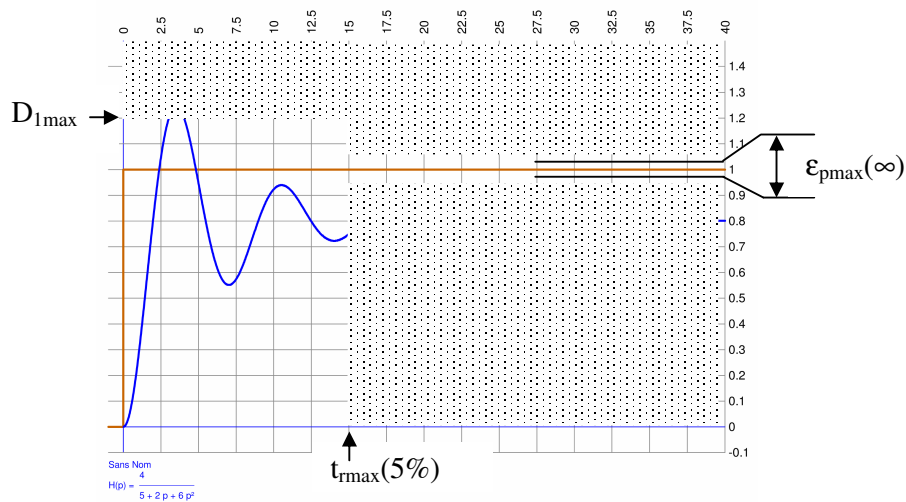


Figure 2 : Exemple de gabarit temporel non respecté par le SA représenté.

En fréquentiel, on pourra imposer :

- dans Bode les niveaux d'atténuation (bande passante, gabarit),
  - Figure 3, pas d'atténuation si  $\omega \leq \omega_1$  et si  $\omega \geq \omega_2$ , atténuation d'au moins 15dB,
- dans Black une ou deux marges (phase et gain).

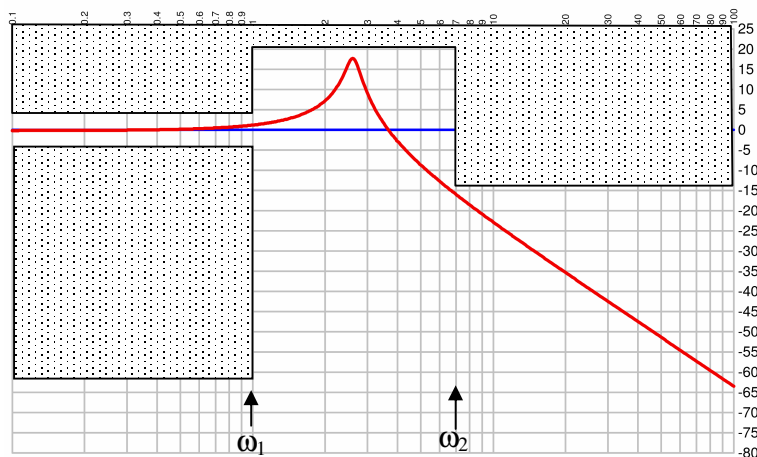


Figure 3 : exemple de gabarit sur le module dans Bode

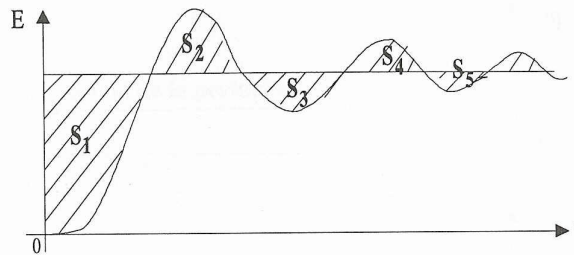
L'identification de processus ayant été faite, on est en mesure de déterminer le type de correcteur le plus approprié, puis de calculer ses paramètres, soit :

- a) choix du correcteur et calcul de ses paramètres,
  - dépend de la méthode d'identification et des performances que l'on se fixe pour le SA (marges, dépassement,...),
- b) essais et/ou simulation,
- c) optimisation des paramètres du correcteur en fonction des résultats obtenus.

### Critères de performances de la précision dynamique

Nous venons de voir que les correcteurs étaient déterminés en partie en fonction des paramètres dynamiques, donc de la précision dynamique, du SA complet. Nous allons donc définir des critères concernant celle-ci.

Une bonne précision dynamique donne un amortissement moyen (transitoire à faible dépassement) pour un temps de réponse faible. Elle indique l'erreur transitoire apparaissant dans la réponse indicielle. Minimiser l'erreur dynamique soit l'aire hachurée de la Figure 4, permet d'obtenir un amortissement élevé avec un faible temps de réponse.



**Figure 4 : les surfaces hachurées indiquent l'erreur dynamique de la réponse indicielle** (M. VILLAIN, systèmes asservis linéaires, tome 2, page 68, ed. ellipses)

L'aire hachurée totale correspond à  $\int \varepsilon(t) dt$ , encore nommée l'Intégrale de l'Erreur (IE). Les bornes d'intégration dépendent en fait de l'erreur statique, si :

- $\varepsilon_p(\infty) = 0$ , on intègre de 0 à l'infini,
- $\varepsilon_p(\infty) \neq 0$ , on intègre de 0 à  $2t_r$  (sinon l'aire est infinie), puisque  $t_r$  correspond à la fin du régime transitoire.

Cette intégrale correspond à la somme algébrique des  $S_i$  et tend par conséquent vers zéro, et ce d'autant plus que la régulation est mauvaise (nombreux dépassements). Aussi, d'autres critères de performance ont été élaborés sur une fonction des paramètres du régulateur. Le système sera alors d'autant mieux réglé que le critère choisi sera minimal.

On trouve deux critères sans contrainte particulière sur l'intégrale :

- réponse apériodique ( $D_1=0\%$ ) avec le temps de montée (ou temps de réponse) minimum,
- réponse oscillatoire à  $D_1=20\%$ , avec  $t_r$  minimum.

Il en existe d'autres qui sont définis à partir de l'intégrale de base du système bouclé :

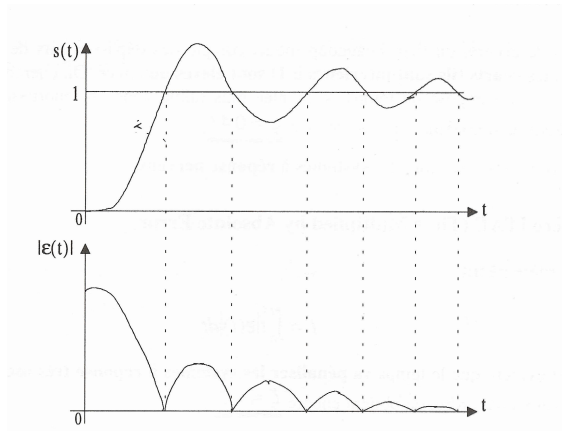
$$I = \int_0^t f[\varepsilon(t)] dt, \text{ avec } t = \infty \text{ ou } t = 2t_r$$

Selon la forme de la fonction f, plusieurs critères sont possibles.

**a) Critère Integral of Absolute Error (IAE)**

Le critère de performance est alors le suivant :

$$I = \int_0^t |\varepsilon(t)| dt$$



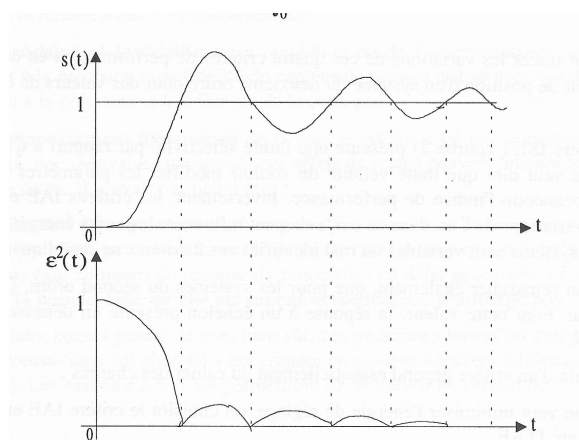
**Figure 5 : critère IAE** (M. VILLAIN, systèmes asservis linéaires, tome 2, page 69, ed. ellipses)

Ce critère prend en compte tous les éléments de la réponse harmonique et donc I est important si la réponse est nerveuse et oscillatoire. Les faibles amortissements ne sont pas conseillés, contrairement à l'amortissement moyen. Pour fixer les idées, I est minimum, le  $t_r$  également, pour un système du 2<sup>ème</sup> ordre dont  $z=0,7$ .

**b) Critère Integral of Square Error (ISE)**

Le critère de performance est le suivant :

$$I = \int_0^t \varepsilon^2(t) dt$$



**Figure 6 : critère ISE** (M. VILLAIN, systèmes asservis linéaires, tome 2, page 69, ed. ellipses)

Ce critère tient beaucoup moins compte des dépassements inférieurs à 1, puisqu'ils sont élevés au carré. C'est principalement la surface  $S_1$  (Figure 4) que l'on cherche à minimiser, ce

qui revient à réduire le temps de montée (système nerveux et énergétique) et par voie de conséquence, réduire aussi le coefficient d'amortissement. Pour un 2<sup>ème</sup> ordre le critère est minimal pour  $z=0,43$ , valeur déjà précisée dans le cours d'AU3 pour une bonne stabilité.

**c) Critère Integral Time multiplied by Absolute Error (ITAE)**

Le critère de performance est le suivant :

$$I = \int_0^t t |\varepsilon(t)| dt$$

L'introduction du paramètre temps, va pénaliser les systèmes à réponse très oscillatoire. Ce critère est minimisé pour un 2<sup>ème</sup> ordre quand  $z=0,7$ .

**d) Critère Integral Time multiplied by Square Error (ITSE)**

Le critère de performance est le suivant :

$$I = \int_0^t t \varepsilon^2(t) dt$$

Il moyenne les critères ISE et ITAE, ce qui revient, par l'action du paramètre temps, à une analyse fine sur l'erreur en fin de régime transitoire, alors que le début n'est pas pénalisé. Il est minimisé pour un 2<sup>ème</sup> ordre dont  $z=0,58$ .

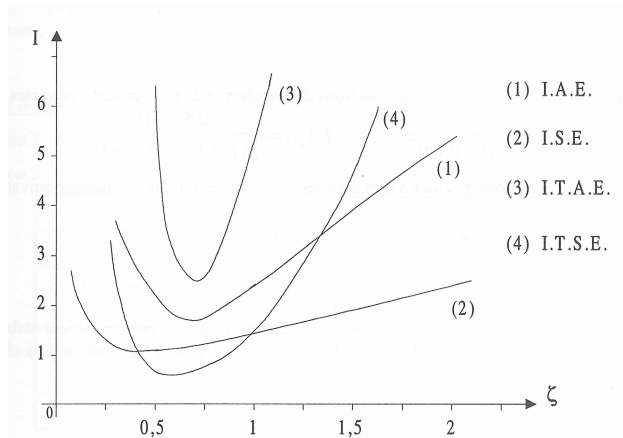
**e) Comparaison des différents critères**

La Figure 7, donne un comparatif de l'évolution des 4 critères de performance vus ci-dessus, pour un système du deuxième ordre dont on fait varier  $z$  de 0 à 2. On remarque que  $z=0,7$  reste un bon compromis pour tous les critères.

On constate que la courbe ISE est peu sensible à  $z$ , donc aux réglages des paramètres du correcteur contrairement aux courbes IAE et ITAE. Dans ces cas là, les coûts énergétiques peuvent varier, mais il faut que les paramètres du système soient stables et bien définis.

Si l'on souhaite :

- minimiser l'énergie de réglage, on choisira le critère IAE voire l'ITAE,
- privilégier le temps de montée, on choisira le critère ITSE,
- se garantir des coûts énergétiques de réglage, on choisira le critère ISE.



**Figure 7 : Comparaison des critères de performance pour un système du 2<sup>ème</sup> ordre** (M. VILLAIN, systèmes asservis linéaires, tome 2, page 71, ed. ellipses).

## Identification de processus et calcul de paramètres de correcteurs

Nous allons maintenant traiter quelques exemples de méthodes d'identification de processus et introduire les relations qui conduisent aux calculs des paramètres des correcteurs utilisables.

### a) *Caractérisation des types de réponses d'un SL*

#### 1. Essais indiciels

Afin de choisir le modèle que l'on peut utiliser, on s'intéresse, en général, à la réponse indicielle du SL que l'on doit modéliser et/ou corriger.

**On annule l'effet du régulateur.** On peut faire les essais :

- en bo,
  - si on y a accès et si dans cette configuration le système est stable,
- en bf,
  - si le système est instable en bo, et/ou si le système est en production.

#### 2. Essais en limite de pompage

Cette méthode convient particulièrement lorsque le système ne peut être analysé qu'en boucle fermée. Le début de la méthode est le suivant :

- on met le régulateur en mode proportionnel uniquement ; on annule les actions I et D,
- on choisit une valeur faible du gain, et on effectue une variation de consigne de type échelon,
- on augmente progressivement le gain  $K_r$  de l'action P jusqu'à l'apparition d'une oscillation entretenue (système juste oscillant). On note le gain ainsi obtenu  $K_{r_{osc}}$  et la période d'oscillation  $T_{osc}$ .

Ensuite, on règle selon les méthodes que nous verrons ci-dessous.

#### 3. Essais harmoniques

Il est également possible de faire des essais en harmonique, mais cela est long et fastidieux, si les constantes de temps sont importantes. En effet, pour avoir une bonne qualité de réponse, on effectue des essais entre  $0,1\omega_n$  et  $10\omega_n$ , ce qui devient vite rédhibitoire en BF (matériel et temps de mesure).

### b) *Réponses indicielles identifiables*

Les principales courbes obtenues suite à un échelon peuvent être classées comme suit.



## 1. Processus stable

### 1.1 A retard pur.

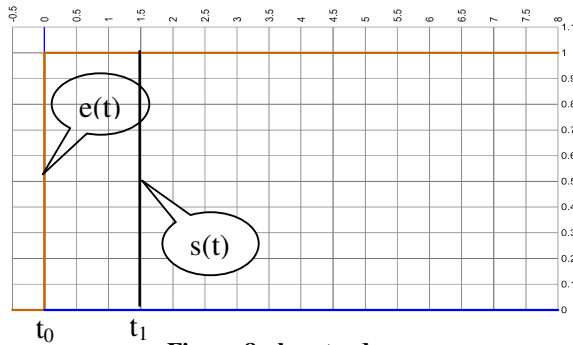


Figure 8 : le retard pur

$s(t)$  est identique à  $e(t)$  mais elle est retardée de  $(t_1 - t_0)$  dans le temps.

### 1.2 Premier ordre

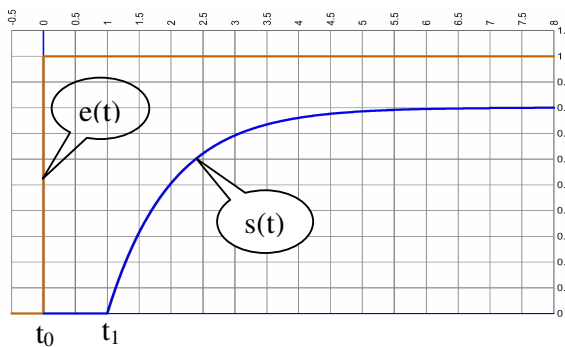


Figure 9 : le premier ordre avec ou sans retard

$s(t)$  à l'apparence d'une réponse d'un SL du 1<sup>er</sup> ordre.

$s(t)$  peut être supérieure, inférieure ou égale à  $e(t)$ . Le retard  $T=(t_1 - t_0)$  peut être supérieur ou égal à zéro.

## 2. Processus instable

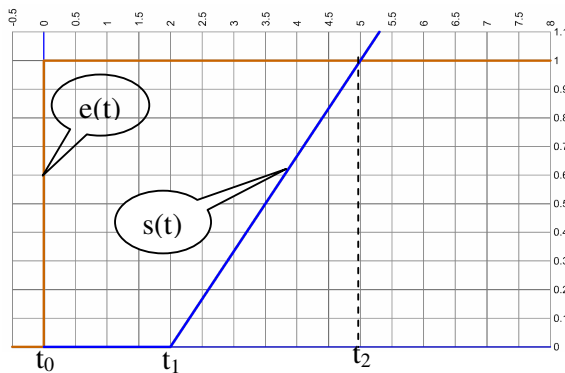


Figure 10 : l'intégrateur retardé ou non

$s(t)$  est une rampe. Le retard  $T=(t_1 - t_0)$  peut être supérieur ou égal à zéro.

Ici la fbo contient une intégration, d'après ce que l'on a vu dans le cours d'AU3, on définit le temps intégral du SL,  $\tau_i=(t_2 - t_1)$  (ici 3s).

### c) Exemples de méthodes utilisables en bo pour des processus stables

#### 1. la méthode de Strejc

Cette méthode permet l'identification d'un processus dont la réponse indicielle n'a pas de dépassement.

Le modèle mathématique est alors  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{(1+\tau p)^n}$  où T est un retard et  $\tau$  une constante de temps. Dans cette expression, la constante de temps apparaît comme la moyenne arithmétique de toutes les constantes du système, ce qui sous-entend qu'elles sont proches. Strejc a calculé la réponse indicielle des systèmes de fto  $T(p) = \frac{1}{(1+\tau p)^n}$  pour différentes valeurs de n. Ensuite, il a montré (Figure 11), que  $t_1$  et  $t_2$  dépendent de n et de  $\tau$ , alors que le rapport  $t_1/t_2$  qui traduit la position du point d'inflexion, ne dépend que de n.

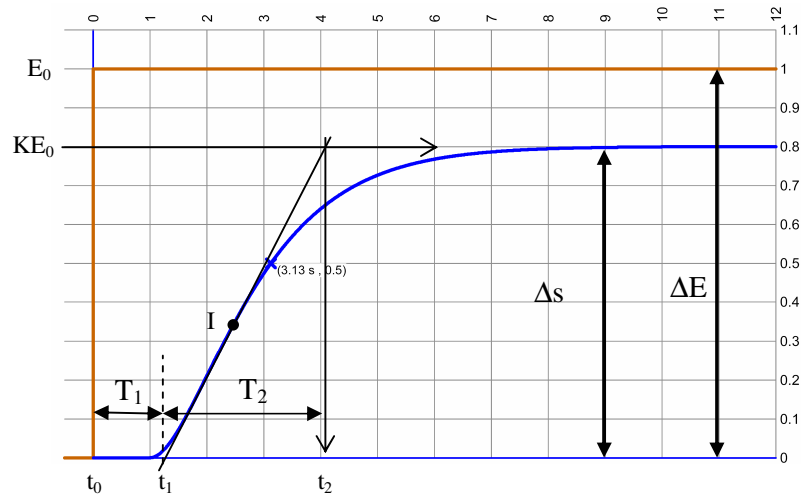


Figure 11 : Détermination des paramètres du modèle pour la méthode de Strejc.

On pose  $T_1=t_1-t_0$  et  $T_2=t_2-t_1$ .  $t_0$  marque le temps à partir duquel la dérivée  $ds(t)/dt$  est non nulle. Si  $t_0$  est différent de 0, on note  $\chi$  sa valeur et on l'additionne à  $T_1$  pour avoir le retard total du modèle T. K est calculé à partir de la valeur finale en RP, soit  $\Delta s/\Delta E$  et, pour T,  $\tau$  et n, Strejc propose le tableau suivant (la colonne  $T_1/\tau$  est peu utilisée car elle contient le retard) :

n	$\frac{T_1}{T_2}$	$\frac{T_1}{\tau}$	$\frac{T_2}{\tau}$
1	0	0	1
2	0,1	0,28	2,72
3	0,22	0,80	3,70
4	0,32	1,42	4,46
5	0,41	2,10	5,12
6	0,49	2,81	5,70

Tableau 1 : Valeurs établies par Strejc pour l'identification

Le protocole de détermination des paramètres est le suivant :

1. déterminer le gain K,
2. tracer la tangente au point d'inflexion I,
3. relever les temps  $T_1$  et  $T_2$  et en déduire n,
4. calculer  $\tau$  grâce à  $T_2/\tau$ , à partir de n,
5. calculer le retard T, s'il existe,
  - a.  $T_1$  contient-il un retard ? déterminer  $T_{1th}$  à partir de  $\frac{T_1}{T_2}$  issu du Tableau 1 après le choix de n et faire  $\Delta T_1 = T_1 - T_{1th}$ .
  - b. calculer  $T = \chi + \Delta T_1$

## 2. Modèle de Broïda

L'équation mathématique que propose Broïda est du type  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{1 + \tau p}$ . Il faut alors identifier

K, T et  $\tau$ . Pour cette méthode nous avons alors deux façons de procéder.

### 2.1 Méthode de Cohen-Coon

(Elle est dans la classe des méthodes de placement des pôles, car elle cherche à positionner les pôles dominants de la boucle fermée pour obtenir un rapport de décroissance de  $d = 1/4$ . Les régulateurs PI et PID prennent en compte la minimisation du critère IE.)

Elle utilise le modèle de Broïda et la détermination des paramètres est donnée par :

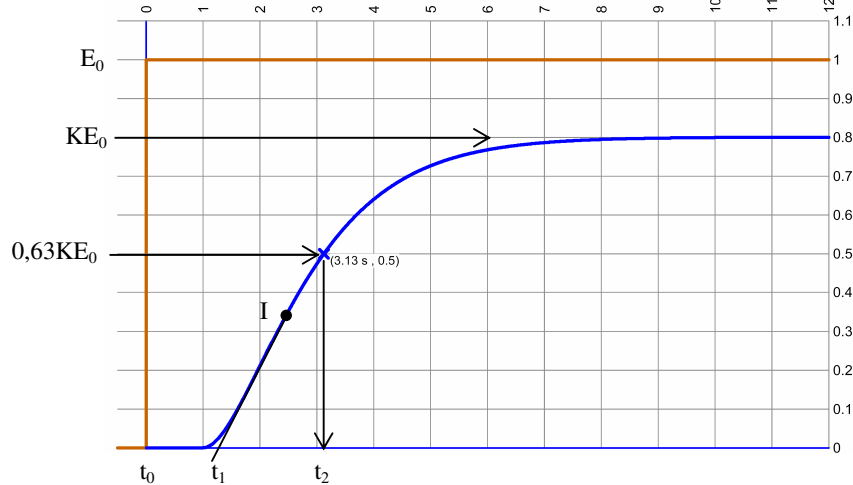


Figure 12 : Modélisation par la méthode de Cohen-Coon

On détermine  $KE_0$ , d'où K. On trace  $0,63KE_0$ , ce qui nous donne  $t_2$ . On identifie le point d'inflexion I et on trace la tangente à l'origine à la courbe qui passe par I. L'intersection entre cette tangente et l'axe des temps, donne le temps  $t_1$ .  $t_0$  est le temps où l'échelon apparaît. On obtient alors :  $T=t_1-t_0$ ,  $\tau=t_2-t_1$  et  $\beta=t_1/t_2$ .

On peut alors déterminer les paramètres des régulateurs suivant le Tableau 2.

	P	PD	PI	PID
$K_r$	$\frac{\tau}{KT} \left( 1 + \frac{0,35\beta}{1-\beta} \right)$	$\frac{1,24\tau}{KT} \left( 1 + \frac{0,13\beta}{1-\beta} \right)$	$\frac{0,9\tau}{KT} \left( 1 + \frac{0,92\beta}{1-\beta} \right)$	$\frac{1,35\tau}{KT} \left( 1 + \frac{0,18\beta}{1-\beta} \right)$
$\tau_i$	—————	—————	$\frac{3,3-3\beta}{1+1,2\beta} T$	$\frac{2,5-2\beta}{1-0,39\beta} T$
$\tau_d$	—————	$\frac{0,27-0,36\beta}{1-0,87\beta} T$	—————	$\frac{0,37-0,37\beta}{1-0,81\beta} T$

Tableau 2 : détermination des paramètres des correcteurs avec la méthode de Cohen-Coon

Cette méthode génère un faible coefficient d'amortissement z, ce qui signifie que la boucle fermée est mal amortie et qu'elle est très sensible aux variations.

De plus, tout comme les méthodes de Strejc et de Ziegler Nichols, elle utilise le point d'inflexion de  $s(t)$  ce qui est un peu incertain. Si, on a un enregistrement numérique ou un fichier de point de  $s(t)$ , on peut faire la dérivée de ce signal et trouver, à l'extremum maximum, le point d'inflexion.

## 2.2 Méthode de Broïda

Partant du constat précédent, Broïda propose une méthode plus précise.

### 2.2.1 Identification de processus

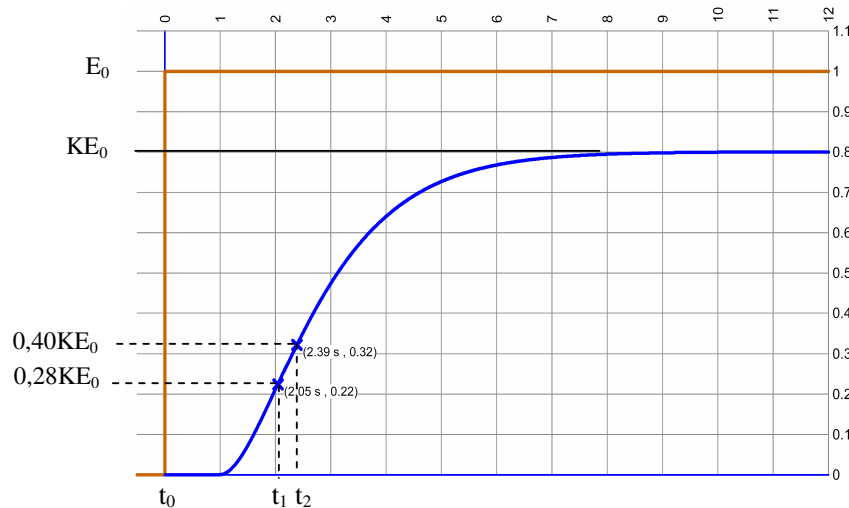


Figure 13 : Modélisation par la méthode de Broïda

Il a simplifié la méthode de Strejc en passant d'un ordre  $n$  à un 1<sup>er</sup> ordre. Il a estimé que :

- la tangente au point d'inflexion était une source d'erreur importante,
- la durée des essais pouvait être longue sur les systèmes lents avec le risque d'avoir une entrée qui varie pendant l'essai.

Il a alors montré par l'expérience qu'une réponse d'un premier ordre coupe toujours celle d'un ordre supérieure en 2 points situés de part et d'autre du point d'inflexion.

Il a choisi deux points assez éloignés pour que la coïncidence entre les 2 courbes soit significative, mais le dernier point a été pris assez bas de façon à réduire la durée des essais.

Ses calculs montrent que pour obtenir les temps  $t_1$  et  $t_2$ , on prend respectivement pour  $s(t)$  les valeurs  $0,28KE_0$  et  $0,40KE_0$ . Ensuite, on détermine  $K$  de la même façon que précédemment, puis, on en tire :  $T=2,8(t_1-t_0)-1,8(t_2-t_0)$  et  $\tau=5,5(t_2-t_1)$ .

### 2.2.2 Détermination du correcteur et de ses paramètres

En fonction du rapport  $\tau/T$ , Broïda a établi le tableau suivant :

$\tau/T$	$\Rightarrow 2$	$\Rightarrow 5$	$\Rightarrow 10$	$\Rightarrow 20$	$\Rightarrow \infty$
type de régulateur	Smith	PID	PI	P	TOR

Tableau 3 : choix du type de régulateur en fonction du rapport  $\tau/T$  selon Broïda

Une fois que le type de régulateur a été choisi, on se sert du tableau suivant pour déterminer complètement les paramètres des correcteurs.

Rappel :  $BP = \frac{100}{K_r}$

	P	PI série	PI //	PID série	PID //	PID mixte
BP		$\frac{125KT}{\tau}$		$\frac{118KT}{\tau}$	120KT(τ+0,4T)	
K <sub>r</sub>		$0,8 \frac{\tau}{KT}$		$0,85 \frac{\tau}{KT}$	$\frac{0,83}{KT(\tau+0,4T)}$	
τ <sub>i</sub>	Maxi	τ	1,25KT	τ	$\frac{1,3K}{T}$	τ+0,4T
τ <sub>d</sub>		0		0,4 T	$\frac{0,35\tau}{K}$	$\frac{\tau T}{T+2,5\tau}$

**Tableau 4 : Calcul des paramètres des correcteurs établis suivant les méthodes de Broïda**

**Remarque :** Le PID mixte possède une ftbo  $K_r C(p) = K_r \frac{1 + \tau_i p + \tau_i \tau_d p^2}{\tau_i p}$ , donc il est irréalisable

sans ajouter, au moins, un filtre du 1<sup>er</sup> ordre (au dénominateur). L'étude des racines montre qu'il faut que  $\tau_i \geq 4\tau_d$ , sinon on obtient des valeurs complexes pour les composants (résistances ou capacités) si le régulateur est analogique, ce qui n'est pas réalisable. Le cas échéant, on utilisera un PID parallèle.

**d) Exemples de méthodes utilisables en bo pour des processus instables**

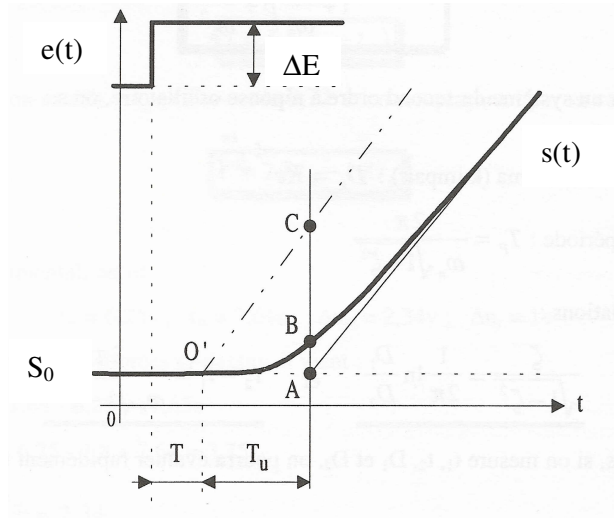
L'envoi d'un échelon sur un système en bo qui contient une intégration dans sa ftbo, on a un signal de sortie qui évolue linéairement donc instable. La Figure 14 donne l'allure de cette réponse.

Avant de procéder à l'identification il faut isoler le retard naturel. Strejc a proposé le modèle

suisant :  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{p(1 + \tau p)^n}$

La méthode est alors la suivante :

- on trace la droite du régime permanent, qui coupe la valeur de sortie du point de repos en A,
- on trace la parallèle à cette droite et qui passe par le point O', soit la fin du retard naturel,
- on trace la perpendiculaire en A à l'axe des temps, elle coupe s(t) en B et la parallèle en C.



**Figure 14 : réponse indicielle d'un système instable en bo** (M. VILLAIN, SA linéaires, tome 2, page 90, ed. ellipses).

Le gain  $K=a/\Delta E$ , avec  $a$ , la pente de  $s(t)$  en régime permanent et  $\Delta E$ , la variation de l'échelon,

Ensuite, Strejc a calculé les réponses indicielles des ftbo  $T(p) = \frac{1}{p(1+\tau p)^n}$  pour différentes valeurs de  $n$  et a constitué le tableau suivant en fonction du rapport  $AB/AC$  :

n	1	2	3	4	5
AB/AC	0,37	0,27	0,255	0,195	0,175

**Tableau 5 : détermination de  $n$  pour une ftbo instable par la méthode de Strejc**

Une fois  $n$  déterminé, on obtient la constante de temps  $\tau$  par la relation  $\tau = \frac{T_u}{n}$ .

Si le transitoire est très plat ou s'il existe un retard important, on peut utiliser le modèle

suisant :  $T(p) = \frac{Ke^{-T_u p}}{p}$

**e) Exemples de méthodes utilisables en bf.**

La méthode présentée ici est une adaptation des méthodes de Strejc et de Broïda faite par Dindeleux (1974). Il a fait les remarques suivantes :

- lors de l'identification en bo, les instants de mesure sont assez éloignés et des perturbations peuvent apparaître,
- les méthodes énoncées ci-dessus sont assez imprécises,
- en bf, si le système le permet, on peut l'amener à la limite de stabilité, ce qui conduit à avoir une phase de  $-180^\circ$  et un gain en module de 1. Ces valeurs sont exactes.

Donc, on supprime l'effet régulateur et on augment  $K_r$  jusqu'aux oscillations de pompage. Ensuite, on procède selon les méthodes ci-dessous.

## 1. Méthode de Strejc sans intégrateur

Le modèle reste identique soit  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{(1+\tau p)^n}$ , d'où la détermination du gain statique du SA

$K_r K$ , se fait de façon classique. A la limite de stabilité, on a  $K_{rosc}$  et les conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} \left| \frac{K_{rosc} K e^{-jT\omega_{osc}}}{(1+j\tau\omega_{osc})^n} \right| = 1 \\ \text{Arg} \left[ \frac{e^{-jT\omega_{osc}}}{(1+j\tau\omega_{osc})^n} \right] = -\pi \end{cases}$$

On trouve l'ordre n à partir du tableau suivant :

$K_{rosc}K$	n	$K_{rosc}K$	n	$K_{rosc}K$	n
232	2,1	4,39	3,8	1,60	10
72	2,2	4	4	1,51	12
38	2,3	3,31	4,5	1,42	14
25	2,4	2,89	5	1,36	16
18,83	2,5	2,89	5,5	1,31	18
14,81	2,6	2,37	6	1,28	20
12,19	2,7	2,20	6,5	1,21	25
10,36	2,8	2,07	7	1,17	30
9,01	2,9	1,97	7,5	1,13	40
8	3	2,89	8	1,10	50
6,55	3,2	2,89	8,5		
5,59	3,4	1,75	9		
4,90	3,6	1,69	9,5		

**Tableau 6 : détermination de l'ordre n pour le modèle de Strejc à partir de  $K_{rosc}K$**

Ensuite, on calcule les autres paramètres en utilisant les formules suivantes :

$$\tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{(K_{rosc}K)^{\frac{2}{n}} - 1} \quad \text{ou} \quad \tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \text{tg} \left( \frac{\pi}{n} \right)$$

$$T = \frac{T_{osc}}{2} \left[ 1 - \frac{n}{\pi} \text{Arctg} \left( \sqrt{(K_{rosc}K)^{\frac{2}{n}} - 1} \right) \right]$$

## 2. Méthode de Strejc avec intégrateur

Le modèle contient maintenant une intégration, soit  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{p(1+\tau p)^n}$ . A la limite de stabilité,

on a  $K_{rosc}$  et les conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} \left| \frac{K_{rosc} K e^{-jT\omega_{osc}}}{j\omega_{osc} (1+j\tau\omega_{osc})^n} \right| = 1 \\ -\frac{\pi}{2} + \text{Arg} \left[ \frac{e^{-jT\omega_{osc}}}{(1+j\tau\omega_{osc})^n} \right] = -\pi \end{cases}$$

Le tableau suivant permet d'identifier n :

n	2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$\frac{K_{osc} K}{\omega_{osc}}$	2	1,7	1,59	1,54	1,44	1,37	1,32	1,28	1,25	1,23

De la même façon que précédemment, on peut ensuite calculer :

$$\tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{K_{osc} K}{\omega_{osc}}\right)^{\frac{2}{n}} - 1}$$

$$T = \frac{T_{osc}}{4} \left[ 1 - \frac{2n}{\pi} \text{Arctg}(\tau \omega_{osc}) \right]$$

### 3. Méthode de Broïda sans intégrateur

Le modèle est du 1<sup>er</sup> ordre, donc les calculs sont plus simples. Soit  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{1 + \tau p}$

A la limite de stabilité on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{K_{osc} Ke^{-jT\omega_{osc}}}{1 + j\tau\omega_{osc}} \right| = 1 \\ \text{Arg} \left[ \frac{e^{-jT\omega_{osc}}}{1 + j\tau\omega_{osc}} \right] = -\pi \end{array} \right.$$

Les calculs conduisent aux expressions suivantes :

$$\tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{(K_{osc} K)^2 - 1}$$

$$T = \frac{T_{osc}}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \text{Arctg} \left( \sqrt{(K_{osc} K)^2 - 1} \right) \right]$$

### 4. Méthode de Broïda avec intégrateur

Le modèle est donc défini par la relation suivante :  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{p(1 + \tau p)}$ . Les conditions de limite

de stabilité sont telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{|K_{osc} Ke^{-jT\omega_{osc}}|}{\omega_{osc} |1 + j\tau\omega_{osc}|} = 1 \\ -\frac{\pi}{2} + \text{Arg} \left[ \frac{e^{-jT\omega_{osc}}}{(1 + j\tau\omega_{osc})^n} \right] = -\pi \end{array} \right.$$

Les calculs conduisent aux expressions suivantes :

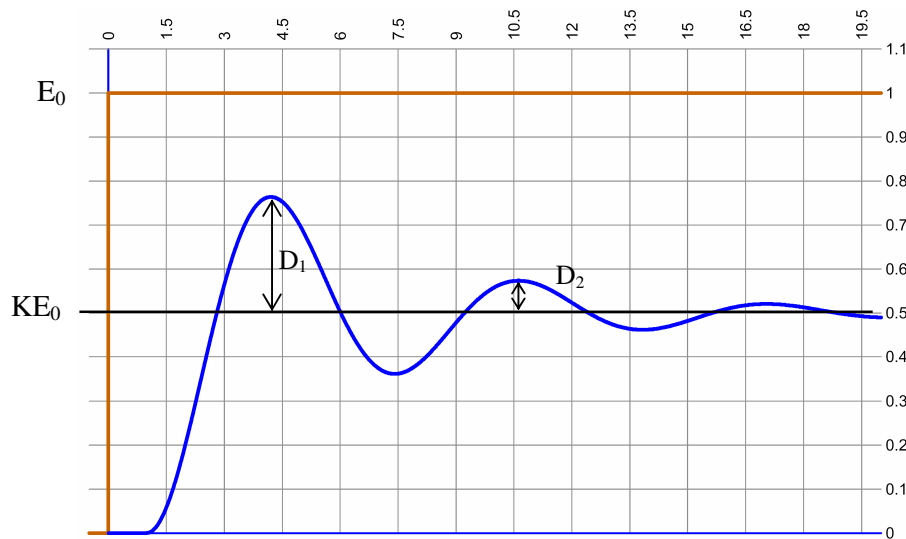
$$\tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{K_{osc} K}{\omega_{osc}}\right)^2 - 1}$$



$$T = \frac{T_{osc}}{4} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \text{Arctg} \left( \sqrt{\left( \frac{K_{osc} K}{\omega_{osc}} \right)^2 - 1} \right) \right] \left( = \frac{T_{osc}}{4} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \text{Arctg} (\tau \omega_{osc}) \right] \right)$$

**f) Méthodes empiriques de Ziegler & Nichols**

Nous avons vu qu'un système ayant une réponse temporelle oscillatoire amortie (bo ou bf) qui possède un rapport  $\frac{D_2}{D_1} = 0,25$  est un SL qui présente de bonnes performances.

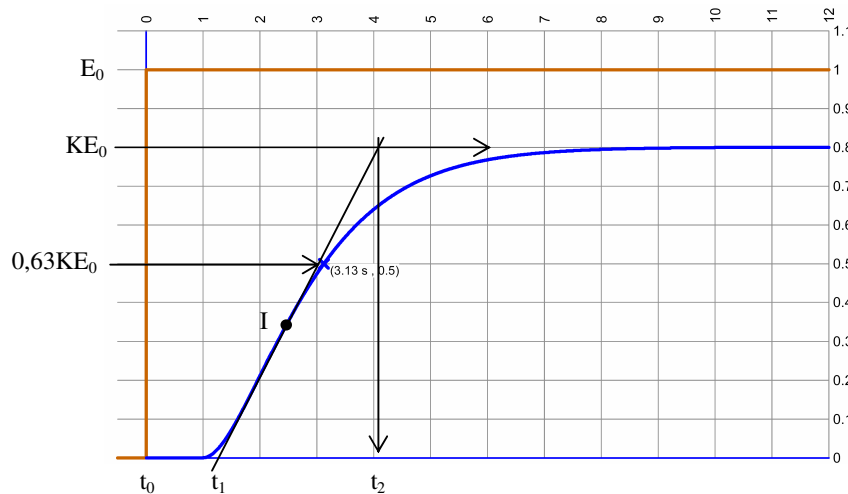


**Figure 15 : réponse indicielle oscillatoire amortie retardée.**

Ziegler et Nichols ont cherché les paramètres des correcteurs qui réalisent cette condition pour le SA, que la mesure se fasse à partir de la bo ou de la bf. Le modèle proposé est tel que

$$T(p) = \frac{K}{p} e^{-Tp} \text{ (ou } T(p) = \frac{K}{\tau p} e^{-Tp} \text{)}. \text{ Cette méthode minimise le critère de performance IAE.}$$

Les paramètres K, T et  $\tau$  du modèle sont déterminés comme il est indiqué sur la Figure 16.



**Figure 16 : Détermination des paramètres du modèle pour la méthode de Ziegler&Nichols**

$t_1$  et  $t_2$  sont obtenus en traçant la tangente à l'origine qui passe par le point d'inflexion I. Il en résulte  $T=t_1-t_0$ , et  $\tau=t_2-t_1$ .

1. Méthode de Ziegler&Nichols en bo.

On obtient alors le tableau suivant :

	P	PI série	PID mixte
$K_r$	$\frac{\tau}{T}$	$\frac{0,9\tau}{T}$	$1,27\frac{\tau}{T}$
$\tau_i$	_____	$3,3T$	$2T$
$\tau_d$	_____	_____	$0,5T$

**Tableau 7 : Calcul des paramètres des correcteurs par la méthode de Ziegler et Nickols.**

2. Méthode de Ziegler&Nichols en bf.

Si on n'a pas accès à la boucle ouverte du SA, alors on utilise alors un test dit de "limite de pompage" énoncé au paragraphe 2.

Le SL étant bouclé, on n'utilise que le correcteur P. On augmente  $K_r$  jusqu'à ce que des oscillations entretenues, sans saturation, apparaissent (analogue à un sinus). On note alors  $BP_{osc}$  ( $K_{r_{osc}}$ ) cette valeur et  $T_{osc}$  la valeur de la période des oscillations. On détermine alors les paramètres des correcteurs selon le Tableau 8.

	P	PI série	PI //	PID série	PID //	PID mixte
BP	$2BP_{osc}$	$2,2BP_{osc}$		$3,3BP_{osc}$	$1,7BP_{osc}$	
$K_r$	$0,5K_{r_{osc}}$	$0,45K_{r_{osc}}$		$0,3K_{r_{osc}}$	$0,6K_{r_{osc}}$	
$\tau_i$	Maxi	$0,83T_{osc}$	$2\frac{T_{osc}}{K_{r_{osc}}}$	$0,25T_{osc}$	$8500\frac{T_{osc}}{K_{r_{osc}}}$	$0,5T_{osc}$
$\tau_d$	0			$0,125T_{osc}$	$0,075T_0K_{r_0}$	$0,125T_{osc}$

**Tableau 8 : Calcul des paramètres des correcteurs à partir de la méthode de pompage et de la bf du SA pour la méthode de Ziegler&Nichols.**

3. Commentaires sur la méthode de Ziegler&Nichols

De façon générale, les valeurs des paramètres obtenues par cette méthode donnent des temps de montée très courts et des dépassements relativement élevés (>20%). Si cela est gênant, on peut réduire de façon significative  $K_r$  ( $\approx 0,5$ ).

D'autre part, si le processus en bf ne supporte pas les dépassements, cette méthode est inapplicable.

**g) Méthodes de Chien-Hrones-Reswick**

Cette méthode représente une amélioration de la méthode de Ziegler-Nichols temporelle, qui peut parfois générer des constantes de temps intégrales trop petites. Chien-Hrones-Reswick

proposent de travailler avec le modèle de Broïda, soit  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{1 + \tau p}$  et donnent des tableaux pour obtenir des systèmes plus amortis en boucle fermée, soit un dépassement de 0% ou de 20%. Ils distinguent le fonctionnement en régulateur (entrée constante et rejet des perturbations, Tableau 9) et le fonctionnement en poursuite (perturbations nulles et entrée variable, Tableau 10). Les réglages sont proposés pour une réponse en boucle fermée à coefficient d'amortissement  $z=0,7$ , soit un  $t_r$  minimum.

dépassement	régulateur	P	PI	PID
0%	$K_r$	$0,3 \frac{\tau}{T}$	$\frac{0,6\tau}{T}$	$0,95 \frac{\tau}{T}$
	$\tau_i$	_____	$4T$	$2,4T$
	$\tau_d$	_____	_____	$0,42T$
20%	$K_r$	$0,7 \frac{\tau}{T}$	$\frac{0,7\tau}{T}$	$1,2 \frac{\tau}{T}$
	$\tau_i$	_____	$2,3T$	$2T$
	$\tau_d$	_____	_____	$0,42T$

**Tableau 9 : réglage des régulateurs selon Chien-Hrones-Reswick en régulation**

dépassement	régulateur	P	PI	PID
0%	$K_r$	$0,3 \frac{\tau}{T}$	$\frac{0,35\tau}{T}$	$0,6 \frac{\tau}{T}$
	$\tau_i$	_____	$1,2\tau$	$\tau$
	$\tau_d$	_____	_____	$0,5T$
20%	$K_r$	$0,7 \frac{\tau}{T}$	$\frac{0,6\tau}{T}$	$0,95 \frac{\tau}{T}$
	$\tau_i$	_____	$\tau$	$1,4\tau$
	$\tau_d$	_____	_____	$0,47T$

**Tableau 10 : réglage des régulateurs selon Chien-Hrones-Reswick en poursuite**

**h) Exemples de méthodes utilisables pour des processus instables.**

Le modèle mathématique est alors du type  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{p}$ . On identifie de la façon suivante :

On peut alors choisir son correcteur grâce au tableau suivant.

$\tau/T$	$\Rightarrow 2$	$\Rightarrow 5$	$\Rightarrow 10$	$\Rightarrow 20$	$\Rightarrow \infty$
type de régulateur	Smith	PID	PI	P	TOR

**Tableau 11 : choix du type de régulateur en fonction du rapport  $\tau/T$**

Une fois que le type de régulateur a été choisi, on se sert du tableau suivant pour déterminer complètement les paramètres de correcteur.

	P	PI série	PI //	PID série	PID //	PID mixte
BP		$\frac{125T}{\tau}$		$\frac{118T}{\tau}$	$111\frac{T}{\tau}$	
$K_r$		$0,8\frac{\tau}{T}$		$0,85\frac{\tau}{T}$	$0,9\frac{\tau}{T}$	
$\tau_i$	Maxi	5T	$6,6\frac{T^2}{\tau}$	4,8T	$6,6\frac{T^2}{\tau}$	5,2T
$\tau_d$		0		0,4T	0,35T	0,4T

**Tableau 12 : Calcul des paramètres des correcteurs pour des systèmes instables**

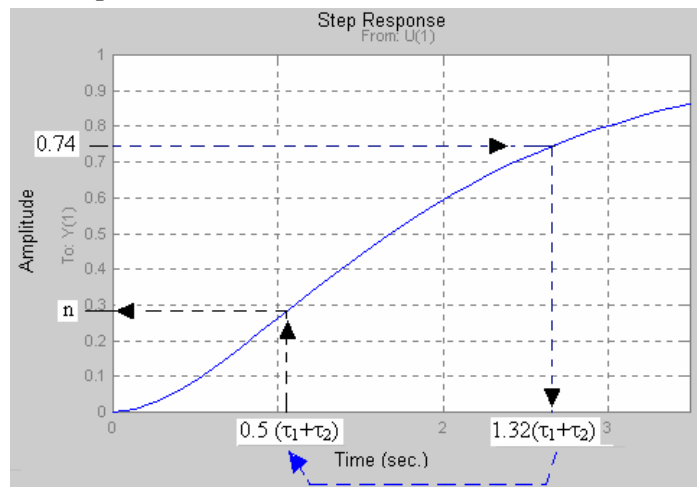
**i) Abaque de Caldwell**

Quand la réponse indicielle est aperiodique, on peut identifier le système comme étant un 2<sup>ème</sup> ordre à constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  et de fonction de transfert :

$$T(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

Caldwell propose la méthode suivante pour déterminer les deux constantes de temps.

- on mesure le temps  $t_2$  au bout duquel l'amplitude de sortie atteint  $0,74KE_0$ , on a alors  $t_2 = 1,32(\tau_1 + \tau_2)$ .
- on calcule ensuite le temps  $t_1$  pour lequel on a  $0,5(\tau_1 + \tau_2)$ , ce qui conduit à lire  $n$ , l'amplitude de  $s(t_1)$ .
- Grâce à l'abaque, on détermine le rapport  $\tau_2/\tau_1$ , d'où on peut en déduire les deux constantes de temps.



**Figure 17 : détermination de n pour l'abaque de Caldwell (site ENSIEG)**

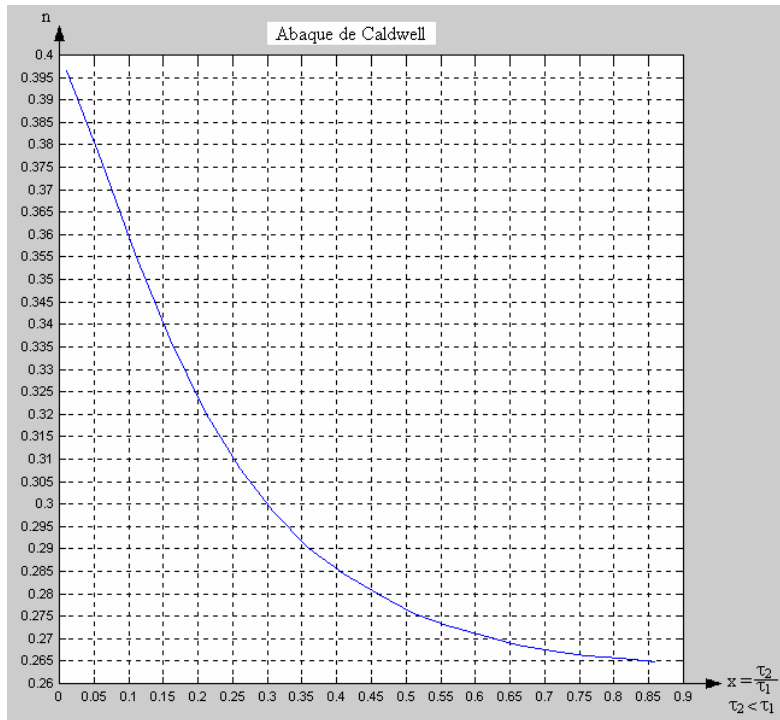


Figure 18 : Abaque de Caldwell (site ENSIEG)

*j) Exemples d'identification*

Dans ce qui précède, nous avons donné plusieurs méthodes d'identification. Voyons quelques exemples.

1. Exemple 1, méthode de Strejc :

Soit  $t_0=0s$ ,  $t_1=10,5s$  et  $t_2=40,5s$ . Supposons que  $K=5$ . Déterminer l'expression de  $T(p)$  à partir du modèle de Strejc.

d'où  $\chi=0s$ ,  $T_1=10,5s$  et  $T_2=30s$

- On calcule  $\frac{T_1}{T_2}$ , on trouve 0,35.
- On regarde dans le Tableau 1, et on choisit pour  $n$ , celui qui donne le rapport  $\frac{T_1}{T_2}$  le plus proche, soit ici 0,32. **Donc  $n=4$ .**
- Puis on calcule  $\tau$  à partir de  $\frac{T_2}{\tau}=4,46$ , **soit  $\tau=6,73s$ .**
- On calcule  $T_{1th}$ , qui est fonction des calculs précédents. Donc  $\frac{T_1}{T_2}=0,32$ , soit  **$T_{1th}=0,32 \times 30=9,6s$ .** Comme le graphique donnait  $T_1=10,5s$ , on obtient  **$\Delta T_1=10,5 - 9,6=0,9s$ .** Donc la réponse possède un retard pur de 0,9s par rapport à une réponse sans retard.
- on calcule le retard total, soit le retard  $\chi$  qui ici est nul plus  $\Delta T_1$ , donc  **$T=\chi+\Delta T_1=0,9s$ .**

Finalement  $T(p) = \frac{5e^{-0,9p}}{(1+6,73p)^4}$  modélise notre système linéaire.

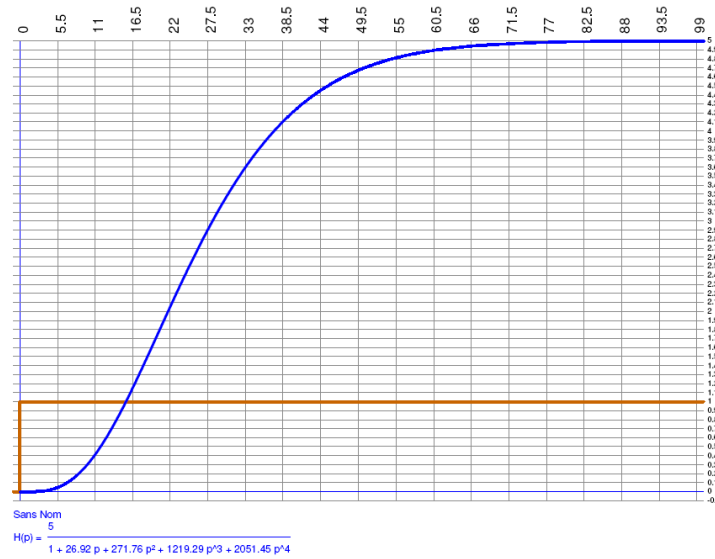


Figure 19 : Résultat de la simulation du modèle calculé.

## 2. Exemple 2, méthodes de Strejc et de Broïda en bf :

Soit un processus et son correcteur bouclés à retour unitaire. On souhaite identifier le processus selon les méthodes de Strejc et de Broïda.

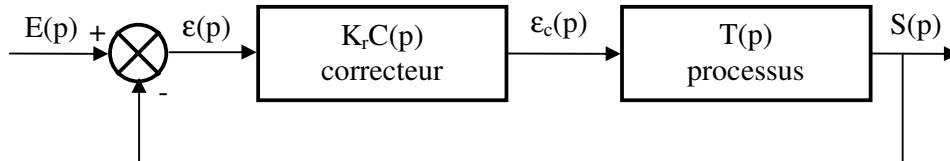


Figure 20 : Le SA, dont on veut identifier le processus

On supprime toutes les actions du correcteur. On applique en entrée un échelon de 5V et on augmente  $K_r$  jusqu'à la limite de stabilité, on relève  $K_{r\text{osc}}=10$  et la période d'oscillation  $T_{\text{osc}}=18,5\text{s}$ . La sinusoïde de sortie est centrée sur 4,4V. Déterminer deux modèles correspondant à cet essai.

Le gain statique en bo se détermine de manière identique pour les deux méthodes.

$$\text{Soit : } K_{r\text{osc}} K = \frac{\Delta S}{\Delta E - \Delta S} = \frac{4,4}{5 - 4,4} = 7,33 \text{ d'où } K = 0,733$$

### 2.1 méthode de Strejc

Le modèle est le suivant :  $T(p) = \frac{K e^{-T_p}}{(1 + \tau p)^n}$

Le produit  $K_{r\text{osc}} K = 7,33$ , nous conduit au choix, dans le tableau de Strejc, de  $n=3$ .

Les paramètres se calculent avec les équations données précédemment, soit :

$$\tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{18,5}{2\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5,1s$$

$$T = \frac{T_{osc}}{2} \left[ 1 - \frac{n}{\pi} \operatorname{Arctg}\left(\sqrt{(K_{rosc} K)^{\frac{2}{n}} - 1}\right) \right] = \frac{18,5}{2} \left[ 1 - \frac{3}{\pi} \operatorname{Arctg}\left(\sqrt{7,33^{\frac{2}{3}} - 1}\right) \right] = 0,15s$$

D'où le modèle de commande proposé est :  $T(p) = \frac{0,733e^{-0,15p}}{(1+5,1p)^3}$

## 2.2 méthode de Broïda

Le modèle est le suivant :  $T(p) = \frac{Ke^{-Tp}}{1+\tau p}$

Les paramètres se calculent avec les équations données précédemment, soit :

$$\tau = \frac{T_{osc}}{2\pi} \sqrt{(K_{rosc} K)^2 - 1} = \frac{18,5}{2\pi} \sqrt{7,33^2 - 1} = 21,4s$$

$$T = \frac{T_{osc}}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg}\left(\sqrt{(K_{rosc} K)^2 - 1}\right) \right] = \frac{18,5}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg}\left(\sqrt{7,33^2 - 1}\right) \right] = 5s$$

D'où le modèle de commande proposé est :  $T(p) = \frac{0,733e^{-5p}}{1+21,4p}$

## 2.3 Tracés des courbes indicielles dues aux modèles

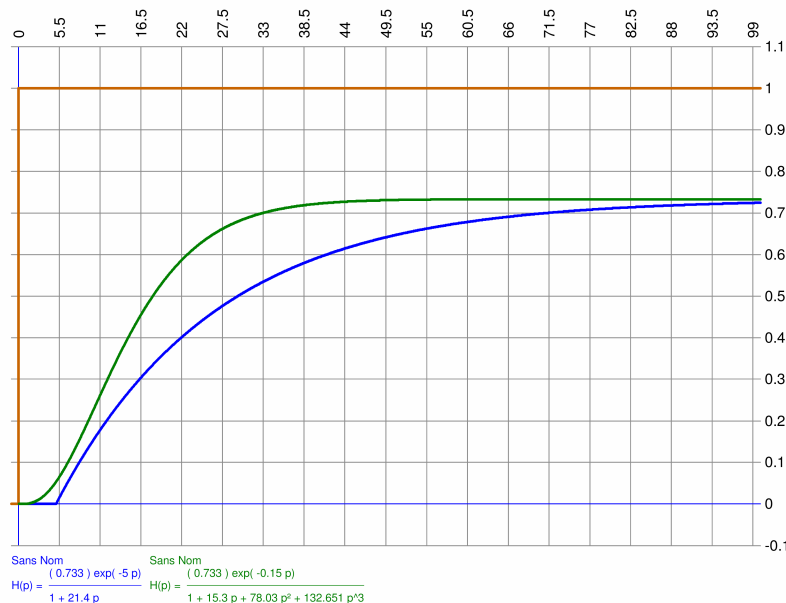


Figure 21 : tracés des réponses indicielles dues aux modèles de Strejc et de Broïda

## **Conclusion**

Nous venons de voir un tout petit aperçu des méthodes d'identification qui existent. Néanmoins, cela nous donne quelques outils pour travailler et cela nous montre toute la complexité que l'on rencontre lorsque nous devons travailler avec des processus réels. En effet, la modélisation de ces derniers n'est pas toujours évidente, et ensuite le choix des correcteurs pour conduire les SA à de bonnes performances n'est pas aisé que le travail s'effectue à partir des courbes fréquentielles ou à partir des méthodes vues dans ce chapitre.

Il n'existe donc (malheureusement) pas de règle universelle..., vos connaissances et votre expérience sont donc indispensables !!! (Bonne nouvelle).